APRIL/MAY 2024

BMA12/FMA12/CMA12 — TRIGONOMETRY

Shanmuga Industries Arts & Science College
T.V.Malai

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Expand $\cos 6\theta$ interms of $\sin\theta$.

   $\cos 6\theta$ வை $\sin\theta$ வின் விரிவாக்கமாக எழுதுக.

2. Write the expansion of $\tan 5\theta$.

   $\tan 5\theta$ –ன் விரிவாக்கம் எழுதுக.

3. Expand $\cos^n\theta$ in series of cosines of multiples of θ.

   $\cos^n\theta$ வை θ ன் பெருக்கலாக கொசைன் தொடரில் எழுதுக.

4. Expand $\tan\theta$ interms of θ.

   $\tan\theta$ வை θ ன் உறுப்புகளாக விரிவாக்குக.

5. Prove that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

   $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ என நிறுவுக.

6. Separate the real part of $\tan h(1+i)$.

$\tan h(1+i)$ ல் மெய்ப்பகுதியை பிரித்து எழுதுக.

7. Define De' Moivre's proporty of the circle.

வரையறு : வட்டத்தின் டி-மாவரின் பண்புகள்.

8. Find the value of $\log(4+3i)$.

$\log(4+3i)$ ன் மதிப்பைக் காண்.

9. Find the sum of series $\cos^2 x + \cos^2(x+y)+\ldots$ upto n terms.

n வது உருப்பு வரை தொடரின் கூடுதல் காண்க :

$\cos^2 x + \cos^2(x+y)+\ldots$ n வது உருப்பு வரை.

10. Find the sum :

$$C\cos\alpha - \frac{C^3}{3}\cos 3\alpha + \frac{C^5}{5}\cos 5\alpha....$$

கூடுதல் காண்க :

$$C\cos\alpha - \frac{C^3}{3}\cos 3\alpha + \frac{C^5}{5}\cos 5\alpha....$$

18. If $\tan A = \tan\alpha \tan h\beta$, $\tan\beta = \cot\alpha \tan h\beta$ prove that $\tan(A+B) = \sinh 2\beta \operatorname{cosec} 2\alpha$.

$\tan A = \tan\alpha \tan h\beta$, $\tan\beta = \cot\alpha \tan h\beta$ எனில் $\tan(A+B) = \sinh 2\beta \operatorname{cosec} 2\alpha$ என நிறுவுக.

19. If $\tan\log(x+iy) = a+ib$ where $a^2+b^2 \neq 1$ prove that $\tan\log(x^2+y^2) = \frac{2a}{1-a^2-b^2}$.

$\tan\log(x+iy) = a+ib$ எனில் $\tan\log(x^2+y^2) = \frac{2a}{1-a^2-b^2}$ என நிறுவுக. இங்கு $a^2+b^2 \neq 1$,

20. Find the sum n infinity of the series

$$\sin\alpha + C\sin(\alpha+\beta) + \frac{C^2}{2}\sin(\alpha+2\beta)+.....$$

கூடுதல் காண்க :

$$\sin\alpha + C\sin(\alpha+\beta) + \frac{C^2}{2}\sin(\alpha+2\beta)+.....$$

———————

15. (a) Sum the series :

$$\sin^3\frac{\theta}{3}+3\sin^3\frac{\theta}{3^2}+3^2\sin^3\frac{\theta}{3^3}+\ldots+ \text{ to } n \text{ terms.}$$

கூடுதல் காண்க :

$$\sin^3\frac{\theta}{3}+3\sin^3\frac{\theta}{3^2}+3^2\sin^3\frac{\theta}{3^3}+\ldots+n$$ வது உறுப்பு வரை.

Or

(b) Sum the series $1+\frac{1}{2}\cos 2\theta-\frac{1}{2.4}\cos 4\theta+\ldots.$

கூடுதல் காண்க : $1+\frac{1}{2}\cos 2\theta-\frac{1}{2.4}\cos 4\theta+\ldots.$

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Expand $\sin^3\theta\cos^4\theta$ interms of sines of multiple of θ.

$\sin^3\theta\cos^4\theta$ வை சைன் θ வின் பெருக்கலாக விரித்து எழுதுக.

17. If $\frac{\sin\theta}{\theta}=\frac{5045}{5046}$ show that $\theta = 1^\circ 58'$ approximately.

$\frac{\sin\theta}{\theta}=\frac{5045}{5046}$ எனில் $\theta = 1^\circ 58'$ தோராயமாக, என காட்டுக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL the questions.

11. (a) If α, β, γ be the roots of the equation $x^3+px^2+qx+p=0$, prove that $\tan^{-1}\alpha+\tan^{-1}\beta+\tan^{-1}\gamma=n\pi$ radians except when $q=1$.

α, β, γ என்பன $x^3+px^2+qx+p=0$ ன் காரணிகள் எனில் $\tan^{-1}\alpha+\tan^{-1}\beta+\tan^{-1}\gamma=n\pi$ ரேடியன், $q=1$ ஐ தவிர என நிறுவுக.

Or

(b) Expand $\sin 7\theta$ as a polynomial in $\sin\theta$. Hence obtain the cubic equation whose roots are $\sin^2\frac{2\pi}{7}$, $\sin^2\frac{4\pi}{7}$, $\sin^2\frac{6\pi}{7}$.

$\sin 7\theta$ வை $\sin\theta$ -ன் பல்லுறுப்பு கோவையாக எழுதுக மற்றும் $\sin^2\frac{2\pi}{7}$, $\sin^2\frac{4\pi}{7}$, $\sin^2\frac{6\pi}{7}$ வை காரணிகளாக கொண்ட முப்படி சமன்பாட்டைக் காண்.

12. (a) Expand $\sin^4\theta\cos^2\theta$ in a series of cosines of multiples of θ.

$\sin^4\theta\cos^2\theta$ வை கொசைன் தொடரில் θ-ன் பெருக்கலாக எழுதுக.

Or

(b) Prove that

$$\sin^5\theta = \left(\frac{1}{2^4}\right)(\sin 5\theta - 5\sin 3\theta + 10\sin\theta).$$

$$\sin^5\theta = \left(\frac{1}{2^4}\right)(\sin 5\theta - 5\sin 3\theta + 10\sin\theta)$$ என நிறுவுக.

13. (a) If $\sin(A + iB) = x + 1y$ show that

(i) $$\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 B} = 1$$

(ii) $$\frac{x^2}{\cosh^2 B} - \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1.$$

$\sin(A + iB) = x + 1y$ எனில்

(i) $$\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 B} = 1$$

(ii) $$\frac{x^2}{\cosh^2 B} - \frac{y^2}{\sinh^2 B} = 1$$ எனக் காட்டுக.

Or

(b) Separate into real and imaginary parts of $\tan^{-1}(x + iy)$.

$\tan^{-1}(x + iy)$ ன் மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளை பிரித்து எழுதுக.

14. (a) Prove that $x^{2n} - 2a^n x^n \cos n\theta + a^2 n$

$$= \prod_{a=0}^{n-1}\left[x^2 - 2ax\cos\left(\theta + \frac{2r\pi}{n}\right) + a^2\right].$$

நிரூவுக : $x^{2n} - 2a^n x^n \cos n\theta + a^2 n$

$$= \prod_{a=0}^{n-1}\left[x^2 - 2ax\cos\left(\theta + \frac{2r\pi}{n}\right) + a^2\right].$$

Or

(b) Prove that

$$\log_e x + iy = \frac{1}{2}\log(x^2 + y^2) + i\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 2n\pi i.$$

நிரூவுக :

$$\log_e x + iy = \frac{1}{2}\log(x^2 + y^2) + i\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 2n\pi i.$$